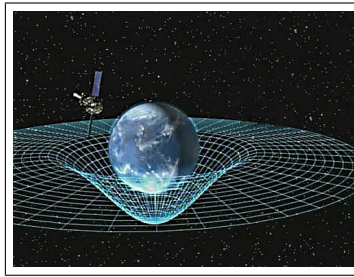


# PHÄNOMENE DER PHYSIK

ORIENTIERUNGSTUDIUM – ERGÄNZENDE ÜBUNGEN – SS 2021

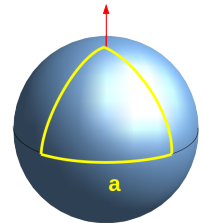


Die Raumzeit ist gekrümmt [Wikimedia]

## EXERCISE 8.1: WINKELSUMME VON DREIECKEN AUF EINER KUGEL (3P)

Auf eine Kugel mit dem Radius  $R$  fährt ein Schiff vom Nordpol südwärts zum Äquator, dann eine Strecke  $a$  am Äquator entlang und schließlich wieder nordwärts zurück zum Nordpol.

- Berechnen Sie die Winkelsumme des Dreiecks. (2P)
- Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks. (1P)



## EXERCISE 8.2: TAYLORENTWICKLUNG (5P)

Im folgenden betrachten wir die Funktion

$$f(x) = x + \cos x.$$

- Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion. (1P)
- Finden sie eine Gerade, die sich in dem Punkt  $(0,1)$  an die Kurve anschmiegt. Solch eine Gerade nennt man einen linearen Fit oder eine Taylor-Näherung erster Ordnung. (1P)
- Wiederholen Sie diese Aufgabe, indem Sie an den Punkt  $(0,1)$  eine Schmiegeparabel legen. Man spricht hier von einem quadratischen Fit oder einer Näherung zweiter Ordnung. (1P)
- Dieses Vorgehen lässt sich beliebig fortsetzen, indem man immer weitere Potenzen der Schmiegekurve hinzufügt. Im Limes unendlich hoher Potenzen erhält man eine sogenannte *Taylor-Reihe*

$$F(x) = a_0 + a_1x + \frac{1}{2}a_2x^2 + \frac{1}{6}a_3x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!}x^n,$$

wobei  $a_0, a_1, a_2, \dots$  die Koeffizienten der Reihe sind. Berechnen Sie zunächst die erste Ableitung  $F'(x)$ . (2P)

- Bestimmen Sie die Koeffizienten so, dass  $F(x) = F'(x)$  und  $F(0) = 1$  ist. Kennen Sie diese Funktion? (1P)

**EXERCISE 8.3: KOMPLEXE ZAHLEN****(4P)**

Das Wurzelziehen aus negativen Zahlen ist verboten? Von wegen. Wir dürfen das. Dazu definieren wir einfach die imaginäre Einheit  $i := \sqrt{-1}$ , sodass  $i^2 = -1$  ist.

(a) Berechnen Sie folgende Ausdrücke: (2P)

$$\sqrt{-4}, \quad (2 + i)^2, \quad 1 + i + i^2 + i^3, \quad (1 + i)(1 - i).$$

(b) Berechnen Sie nach der Mitternachtsformel die 'Nullstellen'  $x_{1,2}$  der Parabel (2P)

$$p(x) = x^2 + 2x + 2$$

und überzeugen Sie sich, dass  $p(x) = (x - x_1)(x - x_2)$  ist.